مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

دوازدهم
ریاضی

آزمون شماره ۱۰
۱۰ اسفند ۱۴۰۳

پاسخنامه ریاضی ـ فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان		حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان	مهدیار شریف ـ ابوالفضل فروغی
۲	هندسه	مهریار راشدی	امیرحسین ابومحبوب ـ حسن محمدبیگی احمدرضا فلاح	داریوش امیری ـ داود روزبهانی
۳	گسسته	رضا توکلی	رضا توکلی ـ مصطفی دیداری	علیرضا فاطمی ـ ابوالفضل فروغی
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	نصرالله افاضل ـ مرتضی میرخانی	محمدرضا خادمی ـ مهدیار شریف
۵	شیمی	مسعود جعفری	محبوبه بیک‌محمدی ـ هادی مهدی‌زاده	ارسلان کریمی ـ کارو محمدی

واحد فنی (به ترتیب حروف الفبا)
زهرا احدی ـ امیرعلی الماسی ـ مبینا بهرامی ـ معین‌الدین تقی‌زاده ـ پریا رحیمی ـ مهرداد شمسی ـ راضیه صالحی ـ انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.

حسابان

۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$x \geq 0 \Rightarrow y = \frac{x+1}{1-x^2} = \frac{1}{1-x} \Rightarrow y' = \frac{1}{(1-x)^2}$$

در این حالت، نقطهٔ بحرانی ندارد.

$$x < 0 \Rightarrow y = \frac{x+1}{1+x^2} \Rightarrow y' = \frac{-x^2-2x+1}{(1+x^2)^2}$$

$$y' = 0 \Rightarrow x^2+2x-1 = 0 \xrightarrow{x<0} x = -1-\sqrt{2}$$

در این حالت، یک نقطهٔ بحرانی دارد.

چون $f'_+(0) = f'_-(0) = 1$ پس $x = 0$ بحرانی نیست.

۲. گزینه ۱ صحیح است.

$$f'(x) = 2 + \frac{ax}{\sqrt{3+x^2}}$$

$$f'(-1) = 0 \Rightarrow 2 - \frac{a}{2} = 0 \Rightarrow a = 4$$

۳. گزینه ۴ صحیح است.

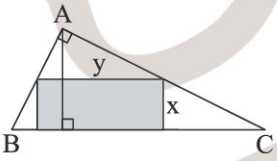
$$f'(x) = 6x^2+6x-12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

نقاط بحرانی $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = k-7 \ \ min \\ x = -1 \Rightarrow y = k+13 \ \ max \\ x = 2 \Rightarrow y = k+4 \end{cases}$

$$k+13 = 12 \Rightarrow k = -1$$

$$min = k-7 = -8$$

۴. گزینه ۲ صحیح است.



$$AB \times AC = h \times BC \Rightarrow h = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{h-x}{h} = \frac{y}{BC}$$

$$\frac{\frac{4}{\sqrt{5}} - x}{\frac{4}{\sqrt{5}}} = \frac{y}{2\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{4-\sqrt{5}x}{4} = \frac{y}{2\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow 8\sqrt{5} - 10x = 4y \Rightarrow y = 2\sqrt{5} - \frac{5}{2}x$$

$$S = xy = x(2\sqrt{5} - \frac{5}{2}x) \xrightarrow{S'=0} 2\sqrt{5} - 5x = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow y = \sqrt{5} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{5}{2}$$

۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$h + 2R = 12$$

$$V = h\pi R^2 = \pi R^2(12-2R) = \pi(12R^2 - 2R^3)$$

$$V' = \pi(24R - 6R^2) = 0 \Rightarrow R = 4$$

$$\Rightarrow V = 64\pi$$

۶. گزینه ۱ صحیح است.

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax - 4$$

$$f'(-\frac{2}{3}) = 0 \Rightarrow \frac{4}{3} - \frac{4a}{3} - 4 = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4x - 4 = (3x+2)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow x_{min} = 2$$

$$f(2) = 0 \Rightarrow 8 + 4a - 8 + b = 0 \Rightarrow b = 8$$

۷. گزینه ۲ صحیح است.

۱) $f(-1) = 2 \Rightarrow \frac{-a+b}{5} = 2 \Rightarrow -a+b = 10$

۲) $f'(x) = \frac{a(x^2+4) - 2x(ax+b)}{(x^2+4)^2}$

$$f'(-1) = 0 \Rightarrow 5a + 2(-a+b) = 0 \Rightarrow 3a + 2b = 0$$

$$(1), (2) \Rightarrow a = -4, \ b = 6$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{4x^2 - 12x - 16}{(x^2+4)^2}$$

x		-1		4	
f'	+		−		+
f	↗	max	↘		↗

۸. گزینه ۳ صحیح است.

$$f(2) = 0 \Rightarrow 2a + b = 0 \Rightarrow b = -2a$$

$$f'(x) = \frac{a(x-1) - 2(ax+b)}{(x-1)^3}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -ax - 2b - a = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2b-a}{a} = \frac{4a-a}{a} = 3$$

$$f(3) = \frac{3a+b}{4} = \frac{3a-2a}{4} = \frac{1}{4}a$$

۹. گزینه ۲ صحیح است.

$$y' = \frac{3x^2(x^2-3) - 2x^4}{(x^2-3)^2} = \frac{x^2(x^2-9)}{(x^2-3)^2}$$

x		-3		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		3	
y'	+		−		−		−		−		+
y	↗		↘		↘		↘		↘		↗

تابع f در بازه‌های $(-\sqrt{3}, -3)$ و $(\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ و $(3, \sqrt{3})$ اکیداً نزولی است. طول این بازه‌ها به ترتیب برابر $\sqrt{3}-3$ و $2\sqrt{3}$ و $3-\sqrt{3}$ است. حداکثر طول بازه برابر $2\sqrt{3}$ است.

۱۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$x \geq 0 \Rightarrow y = \frac{x^2-x}{3x+1} \Rightarrow y' = \frac{3x^2+2x-1}{(3x+1)^2}$$

$$y' = 0 \xrightarrow{x \geq 0} x = \frac{1}{3}$$

$$x < 0 \Rightarrow y = \frac{x-x^2}{3x+1} \Rightarrow y' = \frac{-3x^2-2x+1}{(3x+1)^2}$$

$$y' = 0 \xrightarrow{x<0} x = -1$$

x		-1		$-\frac{1}{3}$		0		$\frac{1}{3}$	
y'	−		+		+		−		+
y	↘	min	↗		↗	max	↘	min	↗

۱۱. گزینه ۳ صحیح است.

$$f'(x) = a((x-3)^2 + 2x(x-3)) = a(x-3)(3x-3)$$

$$f' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = b = 3 \\ x = 1 \Rightarrow y = 4a+b = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b = \frac{5}{2}$$

۱۲. گزینه ۴ صحیح است.

$$f'(x)=۴ax^۳-۳x^۲=x^۲(۴ax-۳)$$
$$f'(-۳)=۰\Rightarrow -۱۲a-۳=۰\Rightarrow a=-\frac{۱}{۴}$$
$$f(-۳)=۳\Rightarrow ۸۱a+۲۷+b=۳\Rightarrow b=-\frac{۱۵}{۴}$$
$$f''(x)=۱۲ax^۲-۶x=-۳x^۲-۶x$$
$$f''(x)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۰\Rightarrow f(۰)=-\frac{۱۵}{۴}\\ x=-۲\Rightarrow f(-۲)=\frac{۱}{۴}\end{cases}$$

۱۳. گزینه ۱ صحیح است.

$$f(x)=x^{\frac{۵}{۳}}+ax^{\frac{۲}{۳}}$$
$$f'(x)=\frac{۵}{۳}x^{\frac{۲}{۳}}+\frac{۲a}{۳}x^{-\frac{۱}{۳}}$$
$$f''(x)=\frac{۱۰}{۹}x^{-\frac{۱}{۳}}-\frac{۲a}{۹}x^{-\frac{۴}{۳}}$$
$$f''(۱)=۰\Rightarrow\frac{۱۰}{۹}-\frac{۲a}{۹}=۰\Rightarrow a=۵$$

۱۴. گزینه ۲ صحیح است.

$$f'(x)=۴x^۳-۱۲x$$
$$f''(x)=۱۲x^۲-۱۲$$
$$f''(x)>۰\Rightarrow x<-۱ \text{ یا } x>۱$$

در بازهٔ $(۳\ ,\ ۲)$ مقدار f'' مثبت است.

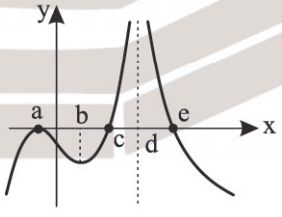
۱۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$f'(x)=۳x^۲+۶x-۹$$
$$f''(x)=۶x+۶$$

	-۳		-۱		۱	
f'	$+$	$-$	$-$	$-$	$-$	$+$
f''	$-$	$-$	$-$	$+$	$+$	$+$

در بازهٔ $(۱\ ,\ -۱)$ تابع اکیداً نزولی و دارای تقعر رو به بالاست. طول این بازه برابر ۲ است.

۱۶. گزینه ۲ صحیح است.



در نقاط a، b و d علامت شیب f' تغییر می‌کند. این نقـاط عطـف‌انـد.
در نقاط c و e علامت f' تغییر می‌کند. این نقاط اکسترمم‌اند.

۱۷. گزینه ۲ صحیح است.

در نقطهٔ عطف، خط مماس از منحنی عبور می‌کند. پس $x=۲$ طـول نقطهٔ عطف است.

$$f'(x)=۳x^۲+۲\alpha x$$
$$f''(x)=۶x+۲\alpha$$
$$f''(۲)=۰\Rightarrow ۱۲+۲\alpha=۰\Rightarrow\alpha=-۶$$

۱۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$f(x)=\frac{ax}{bx+c}$$

مجانب‌ها: $\begin{cases}x=-\frac{c}{b}=-۱\Rightarrow c=b\\ y=\frac{a}{b}=-۲\Rightarrow a=-۲b\end{cases}$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{-۲bx}{bx+b}=\frac{-۲x}{x+۱}$$
$$y=xf(x)=\frac{-۲x^۲}{x+۱}\Rightarrow y'=\frac{-۲(x^۲+۲x)}{(x+۱)^۲}$$
$$y'=۰\Rightarrow x=۰\ ,\ -۲$$

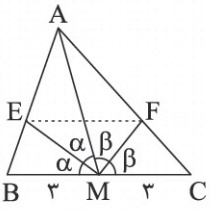
x		-۲		-۱		۰	
y'	$-$		$+$		$+$		$-$
y	↘		↗		↗		↘

$$\min=-۲f(-۲)=۸$$

هندسه

۱۹. گزینه ۴ صحیح است.

بنابر مسئله کتاب درسی EF با BC موازی است. (سؤال ۱ صفحهٔ ۷۰)
اکنون با استفاده از قضیهٔ نیمساز می‌نویسیم:



$$\overset{\Delta}{ABM}: \text{نیمساز } ME\Rightarrow\frac{AE}{BE}=\frac{AM}{BM}=\frac{۵}{۳}$$
$$\xrightarrow[\text{در مخرج}]{\text{ترکیب}}\frac{AE}{AB}=\frac{۵}{۸}\ (۱)$$
$$\overset{\Delta}{ABC}: EF\parallel BC\xrightarrow{\text{تالس}}\frac{AE}{AB}=\frac{EF}{BC}\xrightarrow{\text{از }(۱)}\frac{۵}{۸}=\frac{EF}{۶}$$
$$\Rightarrow EF=\frac{۱۵}{۴}$$

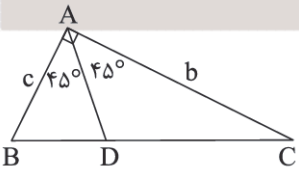
با توجه به شکل داریم:

$$۲\alpha+۲\beta=۱۸۰^\circ\Rightarrow\alpha+\beta=۹۰^\circ\Rightarrow$$ مثلث $\overset{\Delta}{MEF}$ قائم‌الزاویه است.
$$\overset{\Delta}{MEF}: ME^۲+MF^۲=EF^۲\Rightarrow\sqrt{ME^۲+MF^۲}=EF=\frac{۱۵}{۴}$$

(هندسه یازدهم، صفحهٔ ۷۰)

۲۰. گزینه ۱ صحیح است.

فرض کنیم $\frac{AB}{AC}=\frac{۱}{۲}$ ($AC=۲AB$ یا) باشد، بنابراین:



$$\overset{\Delta}{ABC}: BC^۲=AB^۲+AC^۲\Rightarrow\sqrt{۱۰}^۲=AB^۲+(۲AB)^۲$$
$$\Rightarrow ۱۰=۵AB^۲\Rightarrow AB=\sqrt{۲}\Rightarrow AC=۲\sqrt{۲}$$

اگر AD نیمساز زاویهٔ قائمه باشد، داریم:

$$AD=\frac{۲bc}{b+c}\cos\frac{\hat{A}}{۲}=\frac{۲\times۲\sqrt{۲}\times\sqrt{۲}}{۲\sqrt{۲}+\sqrt{۲}}\cos۴۵^\circ$$
$$=\frac{۸}{۳\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{۴}{۳}$$

(هندسه یازدهم، صفحهٔ ۷۴)

۲۱. گزینه ۱ صحیح است.

نقطهٔ تلاقی میانه‌های مثلث، هر میانه را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌کند. پس:

$$GM=\frac{۱}{۳}BM=\frac{۱}{۳}(۴۲)=۱۴\ ,\ GC=\frac{۲}{۳}CN=\frac{۲}{۳}(\frac{۴۵}{۲})=۱۵$$

از طرف دیگر می‌دانیم مساحت مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ شش برابر مساحت مثلث $\overset{\Delta}{MGC}$ است. اکنون به کمک قضیهٔ هرون مساحت مثلث $\overset{\Delta}{MGC}$ را با داشتن سه ضلع $GC=۱۵$ و $GM=۱۴$ و $MC=\frac{AC}{۲}=۱۳$ به دست می‌آوریم.

$$P=\frac{۱۵+۱۴+۱۳}{۲}=۲۱$$

$$S=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}=\sqrt{۲۱(۲۱-۱۵)(۲۱-۱۴)(۲۱-۱۳)}$$

$$=\sqrt{۲۱\times۶\times۷\times۸}=\sqrt{۳\times۷\times۳\times۲\times۷\times۸}=\sqrt{۷^۲\times۹\times۱۶}$$

$$=۷\times۳\times۴=۸۴$$

بنابراین:

$$S_{\overset{\Delta}{ABC}}=۶\times۸۴=۵۰۴$$

(هندسه یازدهم، صفحهٔ ۷۱)

۲۲. گزینه ۴ صحیح است.

$$AMCD\xrightarrow{\text{متساوی‌الساقین}}AD=MC=۱۳$$

$$AB=CD=۲۷\xrightarrow{AM=۱۶/۵}MB=۱۰/۵\Rightarrow MN=۲۱$$

$$\overset{\Delta}{MNC}:۲P=۲۱+۲۰+۱۳=۵۴\Rightarrow P=۲۷$$

$$S_{\overset{\Delta}{MNC}}=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$=\sqrt{۲۷(۲۷-۲۰)(۲۷-۲۱)(۲۷-۱۳)}=\sqrt{۳^۳\times۷\times۲\times۳\times۲\times۷}$$

$$=۳^۲\times۲\times۷=۱۲۶$$

$$S_{\overset{\Delta}{MNC}}=\frac{۱}{۲}MN\times h\Rightarrow ۱۲۶=\frac{۲۱\times h}{۲}\Rightarrow h=۱۲$$

بنابراین:

$$S_{AMCD}=\frac{AM+DC}{۲}\times h=\frac{۱۶/۵+۲۷}{۲}\times ۱۲=۲۶۱$$

(هندسه یازدهم، صفحهٔ ۷۱)

۲۳. گزینه ۲ صحیح است.

زاویه‌ای که بردار $\vec{a}$ با محور zها می‌سازد، برابر زاویه‌ای است که بردار $\vec{a}$ با بردار $\vec{k}$ (بردار واحد محور zها) می‌سازد، پس:

$$\cos ۴۵^\circ=\frac{\vec{a}.\vec{k}}{|\vec{a}||\vec{k}|}\Rightarrow\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{m}{\sqrt{۲+m^۲}}\xrightarrow{\text{توان ۲}}\frac{۱}{۲}=\frac{m^۲}{۲+m^۲}$$

$$\Rightarrow ۲+m^۲=۲m^۲\Rightarrow m^۲=۲\Rightarrow m=\pm\sqrt{۲}$$

از طرف دیگر اگر $\vec{b}=(x\ ,\ y\ ,\ z)$ آنگاه $\vec{b}.\vec{i}=x$ ، $\vec{b}.\vec{j}=y$ و $\vec{b}.\vec{k}=z$ است. پس $\vec{b}=(m^۲\ ,\ -m\ ,\ \sqrt{۳})$ در نتیجه $\vec{b}=(۲\ ,\mp\sqrt{۲}\ ,\ \sqrt{۳})$. بنابراین:

$$|\vec{b}|=\sqrt{۲^۲+(\mp\sqrt{۲})^۲+(\sqrt{۳})^۲}=\sqrt{۴+۲+۳}=\sqrt{۹}=۳$$

(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۷۸)

۲۴. گزینه ۱ صحیح است.

$$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{b}|-|\vec{a}|\Rightarrow|\vec{a}+\vec{b}|^۲=(|\vec{b}|-|\vec{a}|)^۲$$

$$\Rightarrow|\vec{a}|^۲+|\vec{b}|^۲+۲|\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha=|\vec{b}|^۲+|\vec{a}|^۲-۲|\vec{a}||\vec{b}|$$

$$\Rightarrow\cos\alpha=-۱\Rightarrow\alpha=۱۸۰^\circ$$

زاویهٔ بین $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر ۱۸۰° است یعنی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ هم‌راستا و در خلاف جهت هم هستند.

بردار $\vec{a}$ در صفحهٔ yz واقع است پس به صورت $\vec{a}=(۰\ ,\ -۱\ ,\ k)$ است. با توجه به اینکه $\vec{a}\parallel\vec{b}$ است داریم:

$$\vec{a}\parallel\vec{b}\Rightarrow(۰\ ,\ -۱\ ,\ k)\parallel(m\ ,\ ۲\ ,\ -۲)\Rightarrow\begin{cases}m=۰\\k=۱\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\vec{a}=(۰\ ,\ -۱\ ,\ ۱)\Rightarrow|\vec{a}|=\sqrt{۲}\\\vec{b}=(۰\ ,\ ۲\ ,\ -۲)\Rightarrow|\vec{b}|=۲\sqrt{۲}\end{cases}$$

بنابراین:

$$(m\vec{a}-\vec{b}).(k\vec{b}-\vec{a})=(-\vec{b}).(\vec{b}-\vec{a})=-\vec{b}.\vec{b}+\vec{b}.\vec{a}$$

$$\Rightarrow(m\vec{a}-\vec{b}).(k\vec{b}-\vec{a})=-|\vec{b}|^۲+|\vec{b}||\vec{a}|\cos\alpha$$

$$=-۸+(۲\sqrt{۲}\times\sqrt{۲}\times(-۱))=-۱۲$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۷۷ و ۷۹)

۲۵. گزینه ۳ صحیح است.

زاویهٔ $\hat{C}$ قائمه است. پس $\overrightarrow{BC}$ بر $\overrightarrow{AC}$ عمود است. پس حاصل‌ضرب داخلی آنها صفر است.

$$\overrightarrow{BC}=C-B=(۱\ ,\ -۲\ ,\ ۳)\ ,\ \overrightarrow{AC}=C-A=(۲-m\ ,\ ۲\ ,\ ۱)$$

$$\overrightarrow{BC}\perp\overrightarrow{AC}\Rightarrow\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AC}=۰\Rightarrow۲-m-۴+۳=۰\Rightarrow m=۱$$

بنابراین $A=(۱\ ,\ -۲\ ,\ ۱)$ و در نتیجه:

$$\overrightarrow{AB}=B-A=(۱\ ,\ ۲\ ,\ -۱)-(۱\ ,\ -۲\ ,\ ۱)=(۰\ ,\ ۴\ ,\ -۲)$$

$$\overrightarrow{AC}=C-A=(۲\ ,\ ۰\ ,\ ۲)-(۱\ ,\ -۲\ ,\ ۱)=(۱\ ,\ ۲\ ,\ ۱)$$

$$\text{تصویر }\overrightarrow{AC}\text{ بر }\overrightarrow{AB}=\frac{\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|^۲}\overrightarrow{AB}=\frac{۰+۸-۲}{۱۶+۴}(۰\ ,\ ۴\ ,\ -۲)$$

$$=\frac{۳}{۱۰}(۰\ ,\ ۴\ ,\ -۲)=(۰\ ,\ \frac{۶}{۵}\ ,\ \frac{-۳}{۵})=\frac{۶}{۵}\vec{j}-\frac{۳}{۵}\vec{k}$$

(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۸۰)

۲۶. گزینه ۳ صحیح است.

فرض می‌کنیم $\vec{a}(x\ ,\ y\ ,\ z)$ و $\vec{b}(۳\ ,\ -۲\ ,\ ۲)$ باشد، طبق نامساوی کوشی شوارتز داریم:

$$\vec{a}.\vec{b}\le|\vec{a}||\vec{b}|\Rightarrow۳x-۲y+۲z\le\underbrace{\sqrt{x^۲+y^۲+z^۲}}_{\sqrt{۶۸}}\times\underbrace{\sqrt{۹+۴+۴}}_{\sqrt{۱۷}}$$

$$\Rightarrow۳x-۲y+۲z\le۲\sqrt{۱۷}\times\sqrt{۱۷}=۳۴$$

چون $۳x-۲y+۲z$ حداکثر مقدار ممکن را دارد پس $۳x-۲y+۲z=۳۴$ است و این مقدار زمانی به دست می‌آید که $|\vec{a}||\vec{b}|=\vec{a}.\vec{b}$ باشد. در این حالت $\cos\theta=۱$ و از آنجا $\theta=۰$ و باید بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم منطبق باشند. پس:

$$\vec{a}=k\vec{b}\xrightarrow{k>۰}k(۳\ ,\ -۲\ ,\ ۲)=(۳k\ ,\ -۲k\ ,\ ۲k)=(x\ ,\ y\ ,\ z)$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=۳k\\y=-۲k\\z=۲k\end{cases}$$

از طرفی: $۳x-۲y+۲z=۳۴\Rightarrow۹k+۴k+۴k=۳۴\Rightarrow k=۲$

$$\Rightarrow x+y+z=۳k-۲k+۲k=۳k=۳\times۲=۶$$

(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۷۹)

۲۷. گزینه ۱ صحیح است.

طول تصویر قائم یک بردار بر محور yها مساوی قدرمطلق عرض آن بردار است. پس کافی است عرض بردار $\vec{b}\times(\vec{a}\times\vec{c})$ را پیدا کنیم.

برای این کار ابتدا بردار $\vec{a}\times\vec{c}$ را به دست می‌آوریم.

$$\vec{a}\times\vec{c}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ ۲ & -۱ & ۱ \\ ۱ & ۰ & -۱ \end{vmatrix}= i+۳j+k$$

اکنون فقط عرض بردار $\vec{b}\times(\vec{a}\times\vec{c})$ را پیدا می‌کنیم. پس:

$$\vec{b}\times(\vec{a}\times\vec{c})=\begin{vmatrix} i & j & k \\ ۱ & ۱ & ۲ \\ ۱ & ۳ & ۱ \end{vmatrix}=\cdots+j+\cdots$$

پس طول تصویر قائم این بردار بر محور yها برابر ۱ می‌باشد.

(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۷۷)

۲۸. گزینه ۳ صحیح است.

چون بردار $\vec{a}\times\vec{b}$ بر بردار $\vec{a}$ عمود است، پس زاویهٔ بین این دو بردار قائمه است و در نتیجه داریم:

$$|\vec{a}\times(\vec{a}\times\vec{b})|=|\vec{a}||\vec{a}\times\vec{b}|\underbrace{\sin ۹۰^\circ}_{۱}$$

$$=|\vec{a}|(|\vec{a}||\vec{b}|\sin ۱۳۵^\circ)=|\vec{a}|^۲|\vec{b}|\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$=(\sqrt{۳})^۲\times\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=۳$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۲۹. گزینه ۱ صحیح است.

دقت کنید! اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار دلخواه باشند و زاویهٔ بین آنها θ باشد داریم:

$$\tan\theta=\frac{|\vec{a}\times\vec{b}|}{\vec{a}.\vec{b}}$$

اگر α زاویهٔ بین دو بردار $۲\vec{a}$ و $۳\vec{a}+۲\vec{b}$ باشد، آنگاه:

$$\tan\alpha=\frac{|۲\vec{a}\times(۳\vec{a}+۲\vec{b})|}{(۲\vec{a}).(۳\vec{a}+۲\vec{b})}=\frac{|۶\vec{a}\times\vec{a}+۴\vec{a}\times\vec{b}|}{۶|\vec{a}|^۲+۴\vec{a}.\vec{b}}=\frac{۴|\vec{a}\times\vec{b}|}{۶|\vec{a}|^۲+۴\vec{a}.\vec{b}}$$

$$=\frac{۴\times۶}{۶\times۱^۲+۴\times\frac{۹}{۲}}=\frac{۲۴}{۶+۱۸}=\frac{۲۴}{۲۴}=۱$$

$$\Rightarrow\alpha=۴۵^\circ$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۷۸ و ۸۱)

۳۰. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا مساحت مثلث را به دست می‌آوریم.

$$S=\frac{۱}{۲}|(\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}+\frac{۲\vec{b}}{|\vec{b}|})\times(\frac{۳\vec{a}}{|\vec{a}|}-\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|})|=\frac{۱}{۲}|\frac{-\vec{a}\times\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}+\frac{۶\vec{b}\times\vec{a}}{|\vec{a}||\vec{b}|}|$$

$$=\frac{۷}{۲|\vec{a}||\vec{b}|}|\vec{a}\times\vec{b}|$$

بنابر فرض سؤال $S=\frac{۴۹}{|\vec{a}||\vec{b}|}$ است، پس:

$$\frac{۷}{۲|\vec{a}||\vec{b}|}|\vec{a}\times\vec{b}|=\frac{۴۹}{|\vec{a}||\vec{b}|}\Rightarrow|\vec{a}\times\vec{b}|=۱۴$$

از طرف دیگر حجم متوازی‌السطوحی که با بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{a}\times\vec{b}$ ساخته می‌شود، برابر است با:

$$\text{حجم}=|(\vec{a}\times\vec{b}).(\vec{a}\times\vec{b})|=|\vec{a}\times\vec{b}|^۲=۱۴^۲=۱۹۶$$

(هندسه دوازدهم، صفحهٔ ۸۴)

ریاضیات گسسته

۳۱. گزینه ۴ صحیح است.

حداقل یک دختر در بین دو فرزند اول = A

$$\Rightarrow(\overbrace{\square}^{\text{۳ حالت}},\overbrace{\square}^{\text{۲ حالت}},\overbrace{\square}^{\text{۲ حالت}},\square)\Rightarrow n(A)=۳\times۲\times۲=۱۲$$

حداکثر یک پسر در بین فرزند دوم و سوم = B

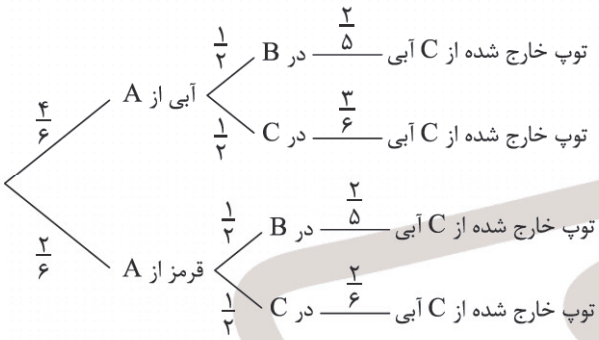
$$\Rightarrow(\overbrace{\square}^{\text{۲ حالت}},\overbrace{\square,\square}^{\text{۳ حالت}},\overbrace{\square}^{\text{۲ حالت}})$$

$$A\cap B=\{(د,د,د),(د,د,پ),(د,پ,د),(پ,د,د),(د,د,پ,د),(د,پ,د,پ),(پ,د,پ,د),(د,پ,پ,د),(پ,پ,د,د),(د,د,د,پ),(د,د,پ,د),(د,پ,د,د),(پ,د,د,د)\}$$

$$P(B|A)=\frac{n(B\cap A)}{n(A)}=\frac{۱۰}{۱۲}=\frac{۵}{۶}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

۳۲. گزینه ۳ صحیح است.



$$P(\text{آبی از C})=\frac{۴}{۶}\times\frac{۱}{۲}(\frac{۲}{۵}+\frac{۳}{۶})+\frac{۲}{۶}\times\frac{۱}{۲}(\frac{۲}{۵}+\frac{۲}{۶})$$

$$=\frac{۱}{۳}(\frac{۹}{۱۰})+\frac{۱}{۶}(\frac{۱۱}{۱۵})=\frac{۲۷+۱۱}{۹۰}=\frac{۳۸}{۹۰}=\frac{۱۹}{۴۵}$$

(ریاضیات گسسته، صفحهٔ ۵۵)

۳۳. گزینه ۳ صحیح است.

چون A و B مستقل هستند، پس $P(A\cap B)=P(A)P(B)$ و $A\cap B=\{b,c\}$ پس $P(\{b,c\})=\frac{۳}{۱۰}$.

$$P(A)=\frac{۳}{۵}\Rightarrow P(a)+\overbrace{P(b)+P(c)}^{\frac{۳}{۱۰}}=\frac{۳}{۵}\Rightarrow P(a)=\frac{۳}{۱۰}\quad P(e)=\frac{۲}{۱۰}$$

$$P(B)=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\underbrace{P(b)+P(c)}_{\frac{۳}{۱۰}}+P(e)=\frac{۱}{۲}$$

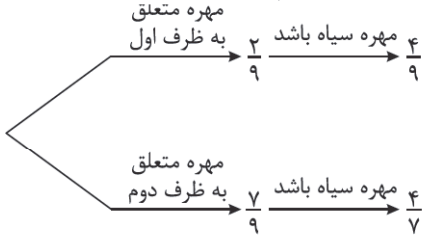
$P(d)=\frac{۲}{۱۰}$ پس $P(a)+P(b)+P(c)+P(d)+P(e)=۱$ می‌دانیم است.

$$P(\{a,d\}|\{b,c,d\})=\frac{P(\{d\})}{P(\{b,c,d\})}=\frac{\frac{۲}{۱۰}}{\frac{۲}{۱۰}+\frac{۳}{۱۰}}=\frac{۲}{۵}=۰/۴$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۴۸ و ۵۰)

۳۴. گزینه ۳ صحیح است.

از ظرف اول دو مهره به ظرف دوم انتقال می‌دهیم. در ظرف دوم (جدید) هفت مهره متعلق به ظرف دوم و ۲ مهره متعلق به ظرف اول است.



$$\Rightarrow P(\text{مهرهٔ سیاه خارج شود})=\frac{۲}{۹}\times\frac{۴}{۹}+\frac{۷}{۹}\times\frac{۴}{۷}=\frac{۴۴}{۸۱}$$

$$P(\underbrace{\text{متعلق به ظرف اول باشد}}_{E} \mid \underbrace{\text{مهرهٔ سیاه خارج شود}}_{F}) = \frac{P(E)}{P(F)}P(F \mid E)$$

$$= \frac{\frac{۲}{۹}}{\frac{۴۴}{۸۱}} \times \frac{۴}{۹} = \frac{۲}{۱۱}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۵۷ و ۶۰)

۳۵. گزینه ۴ صحیح است.

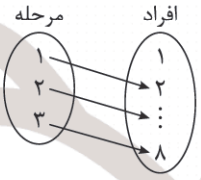
کافی است ۱ و ۲ را یک بسته در نظر بگیریم. پس می‌خواهیم تابع پوشا از مجموعهٔ ۴ عضوی به ۳ عضوی بنویسیم.

$$۳^n - ۳\times۲^n + ۱ = ۳^۴ - ۳\times۲^۴ + ۳ = ۳۶$$

(ریاضیات گسسته، صفحهٔ ۷۸)

۳۶. گزینه ۴ صحیح است.

کافی است تعداد تابع‌های یک‌به‌یک از مجموعهٔ ۳ عضوی به مجموعهٔ ۸ عضوی را به دست می‌آوریم:



$$\underset{\text{مرحله ۱}}{۸} \times \underset{\text{مرحله ۲}}{۷} \times \underset{\text{مرحله ۳}}{۶} = P(۸, ۳) = \frac{۸!}{۵!}$$

(ریاضیات گسسته، صفحهٔ ۷۹)

۳۷. گزینه ۴ صحیح است.

$$A = \{\text{جواب‌های معادله که } x = ۲\}$$
$$B = \{\text{جواب‌های معادله که } y = ۲\}$$
$$C = \{\text{جواب‌های معادله که } z = ۲\}$$

فرض کنید $x = ۲$ باشد، پس:

$$y + z = ۱۵ \Rightarrow \binom{۱۶}{۱} = ۱۶$$ جواب دارد

به همین ترتیب $|A| = |B| = |C| = ۱۶$ دقت کنید.

$$|A \cap B \cap C| = ۰ \,,\ |A \cap B| = |A \cap C| = |B \cap C| = ۱$$

خواست مسئله $|A' \cap B' \cap C'|$ می‌باشد.

$$|A' \cap B' \cap C'| = \text{کل} - |A \cup B \cup C|$$

$$= \binom{۱۹}{۲} - ۳\times۱۶ + ۳\times۱ = ۱۲۶$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۷۳ و ۷۶)

۳۸. گزینه ۲ صحیح است.

اعداد را به صورت زیر دسته‌بندی می‌کنیم:

$$\boxed{۲۵} \,,\ \boxed{۱۲\,,۲۴} \,,\ \ldots \,,\ \boxed{۲\,,۱۴} \,,\ \boxed{۱\,,۱۳}$$

تعداد دسته‌ها ۱۳ می‌باشد، پس باید حداقل ۱۴ عدد انتخاب کنیم تا به هدف برسیم.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۳۹. گزینه ۳ صحیح است.

در بدترین حالت باید ۳ نفر از مدرسه E را انتخاب کنیم و از ۴ مدرسهٔ دیگر هر کدام حداقل ۳ نفر برداریم. حال اگر نفر دیگری انتخاب کنیم حداقل ۴ نفر از یک مدرسه هستند، پس جواب ۱۶ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۴۰. گزینه ۱ صحیح است.

کمترین نمره‌ای که می‌توان گرفت ۵− و بیشترین نمره ۱۵ می‌باشد. اما نمرات ۱۴، ۱۳ و ۱۰ قابل کسب شدن نمی‌باشد. پس تعداد ۱۸ نمره وجود دارد. اگر ۳۷ دانش‌آموز را کبوتر و نمرات را لانه در نظر بگیریم $۱ + ۱۸\times۲ = ۳۷$، پس لانه‌ای یافت می‌شود که با حداقل ۳ کبوتر پر می‌شود، پس حداقل ۳ نفر نمرهٔ یکسان دارند.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۸۰ و ۸۲)

فیزیک

۴۱. گزینه ۴ صحیح است.

براساس الگوی رادرفورد در ضمن چرخش الکترون به دور هسته از انرژی الکترون کاسته می‌شود و الکترون به هسته نزدیک‌تر شده و تندی چرخش الکترون به دور هسته زیاد می‌شود، در نتیجه بسامد نور تابشی افزایش و طول موج نور تابشی کاهش می‌یابد.

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۱۲۶)

۴۲. گزینه ۱ صحیح است.

$$E = mc^۲ = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{mc}$$

$$\lambda = \frac{۶/۶\times۱۰^{-۳۴}}{۲/۲\times۱۰^{-۲۱}\times۱۰^{-۶}\times۳\times۱۰^{۸}} = \frac{۱۰^{-۳۴}}{۱۰^{-۱۹}} = ۱۰^{-۱۵}\,m = ۱۰^{-۶}\,nm$$

طول موج‌های حدوداً کوتاه‌تر از $۱۰^{-۱۲}\,m$ در محدودهٔ گاما است.

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۱۴۱)

۴۳. گزینه ۲ صحیح است.

می‌دانیم E_R برابر یک ریدبرگ است و از رابطهٔ $\Delta E = E_R(\frac{۱}{n_L^۲} - \frac{۱}{n_U^۲})$ می‌توان نوشت:

$$\frac{۳}{۱۶}E_R = E_R(\frac{۱}{n_L^۲} - \frac{۱}{n_U^۲}) \Rightarrow \frac{۳}{۱۶} = \frac{۱}{n_L^۲} - \frac{۱}{n_U^۲}$$

$$\xrightarrow[n_U=۴]{n_L=۲} \frac{۳}{۱۶} = \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۱۶} = \frac{۴-۱}{۱۶} = \frac{۳}{۱۶}$$

بنابراین گذار از $n_۱ = ۲$ به $n_۲ = ۴$ انجام شده است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۱)

۴۴. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست، در حالت پایه قرار دارند.

ب) نادرست، طیف نور خورشید یک طیف گسسته (خطی) است.

ج) درست

د) درست، الگوی اتمی رادرفورد طیف گسیلی را پیوسته می‌داند.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۲۸)

۴۵. گزینه ۲ صحیح است.

در خط دوم بالمر $n = ۲ + ۴ = ۶$ است. با استفاده از رابطهٔ ریدبرگ داریم:

$$\frac{۱}{\lambda} = R(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda} = ۱۰^{-۲}(\frac{۱}{۲^۲} - \frac{۱}{۶^۲}) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda} = ۱۰^{-۲}(\frac{۹-۱}{۳۶})$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{۳۶۰۰}{۸} = ۴۵۰\,nm$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)

۴۶. گزینه ۳ صحیح است.

از رابطهٔ پلانک استفاده می‌کنیم:

$$P.t = \frac{nhc}{\lambda} \Rightarrow ۲۰\times۱۰\times۶۰ = \frac{n\times۶/۶\times۱۰^{-۳۴}\times۳\times۱۰^{۸}}{۶۶۰\times۱۰^{-۹}}$$

$$\Rightarrow n = ۴\times۱۰^{۲۲}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۰)

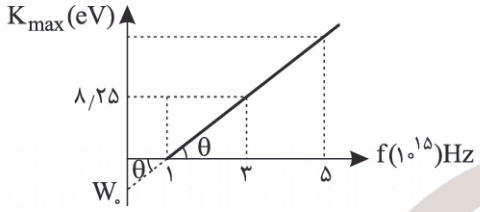
۴۷. گزینه ۱ صحیح است.

راه اول:

$\lambda = ۶۰nm$

$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{۳\times۱۰^{۸}}{۶۰\times۱۰^{-۹}} = ۰/۵\times۱۰^{۱۶} = ۵\times۱۰^{۱۵}Hz$

با توجه به تشابه مثلث‌ها در شکل داریم:



$\frac{۸/۲۵}{۲\times۱۰^{۱۵}} = \frac{K_{max}}{۴\times۱۰^{۱۵}} \Rightarrow K_{max} = ۱۶/۵eV$

راه دوم:

$f_۰ = ۱\times۱۰^{۱۵}Hz \Rightarrow W_۰ = hf_۰ = ۱۰^{۱۵}\times۴/۱۲۵\times۱۰^{-۱۵} = ۴/۱۲۵eV$

$hf = W_۰ + K_{max}$

$hf = \frac{hc}{\lambda} = ۴/۱۲۵\times۱۰^{-۱۵}\times\frac{۳\times۱۰^{۸}}{۶۰\times۱۰^{-۹}} = ۵\times۴/۱۲۵eV$

$K_{max} = hf - W_۰ = (۵\times۴/۱۲۵) - ۴/۱۲۵ = ۴\times۴/۱۲۵ = ۱۶/۵eV$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۸)

۴۸. گزینه ۱ صحیح است.

فقط مورد (ب) درست است.

الف) با افزایش دامنه شدت نور تابشی افزایش می‌یابد و نمی‌تواند باعث جداشدن الکترون از سطح فلز شود.

ج) اگر بسامد ثابت و شدت نور افزایش یابد، تعداد فوتوالکترون‌ها افزایش می‌یابد، ولی انرژی جنبشی آنها ثابت می‌ماند.

د) بر طبق پیش‌بینی فیزیک کلاسیک، اگر شدت نور کافی باشد، باید پدیدهٔ فوتوالکتریک در هر بسامدی رخ دهد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۸)

۴۹. گزینه ۱ صحیح است.

دومین حالت برانگیخته : $n = ۳$ $\quad E_۳ = -\frac{E_R}{۹}$

سومین حالت برانگیخته $n = ۴$ $\quad E_۴ = -\frac{E_R}{۱۶}$

$|\frac{E_۳}{E_۴}| = \frac{\frac{E_R}{۹}}{\frac{E_R}{۱۶}} = \frac{۱۶}{۹}$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۲۷ و ۱۲۸)

۵۰. گزینه ۱ صحیح است.

$^{۲۲۶}_{۸۸}Ra \rightarrow x\,^{۴}_{۲}\alpha + y\,^{۰}_{-۱}\beta + ^{۲۰۶}_{۸۲}Pb$

عدد جرمی و عدد اتمی دو طرف معادله را موازنه می‌کنیم.

تعداد ذرات α : $۲۲۶ = ۴x + (y\times۰) + ۲۰۶ \Rightarrow ۴x = ۲۰ \Rightarrow x = ۵$

$۸۸ = ۲x - y + ۸۲ \Rightarrow ۸۸ = (۲\times۵) - y + ۸۲$

تعداد ذرات بتای منفی : $y = ۴$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۴۳ و ۱۴۴)

۵۱. گزینه ۳ صحیح است.

$n = \frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}$ تعداد نیمه‌عمرها در زمان واپاشی t

$N_۰$ تعداد هسته‌های پرتوزا در لحظهٔ $t = ۰$

N تعداد هسته‌های باقیمانده پس از زمان t

$N = \frac{N_۰}{۲^{n}}$

N' تعداد هسته‌های واپاشیده در مدت زمان t

$N' = N_۰ - \frac{N_۰}{۲^{n}} = N_۰(۱ - \frac{۱}{۲^{n}})$

$N_۱ = N_۰(۱ - \frac{۱}{۲^{n_۱}})$

$N_۲ = N_۰(۱ - \frac{۱}{۲^{n_۲}})$

$N_۲ - N_۱ = N_۰(\frac{۱}{۲^{n_۱}} - \frac{۱}{۲^{n_۲}}) \Rightarrow ۴۸ = N_۰(\frac{۱}{۲^{۴}} - \frac{۱}{۲^{۶}})$

$۴۸ = N_۰(\frac{۱}{۱۶} - \frac{۱}{۶۴}) = N_۰(\frac{۳}{۶۴})$

$N_۰ = \frac{۶۴\times۴۸}{۳} = ۱۰۲۴$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۵۲. گزینه ۴ صحیح است.

$N_۱$ تعداد هسته‌های باقیمانده پس از ۴۵ دقیقه (nتا نیمه‌عمر)

$N'_۱$ تعداد هسته‌های واپاشیده پس از ۴۵ دقیقه (nتا نیمه‌عمر)

$N_۲$ تعداد هسته‌های باقیمانده پس از ۹۰ دقیقه (۲n تا نیمه‌عمر)

$N_۱ = \frac{N_۰}{۲^{n}}$

$N'_۱ = N_۰ - N_۱ = N_۰(۱ - \frac{۱}{۲^{n}})$

$N_۲ = \frac{N_۰}{۲^{۲n}}$

$\frac{N'_۱}{N_۲} = \frac{N_۰(۱ - \frac{۱}{۲^{n}})}{\frac{N_۰}{۲^{۲n}}} = (۱ - \frac{۱}{۲^{n}})(۲^{۲n})$

$۵۶ = ۲^{۲n} - ۲^{n} \Rightarrow n = ۳$

$۴۵ = ۳T_{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow T_{\frac{۱}{۲}} = ۱۵min$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۵۳. گزینه ۱ صحیح است.

فقط مورد (الف) درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) به افزایش غلظت ^{۲۳۵}U غنی‌سازی می‌گویند.

ج) از کندکننده‌ها برای اینکه امکان برخورد نوترون‌ها به ایزوتوپ ۲۳۵ فراهم شود، استفاده می‌شود.

د) دما باید بسیار بالا باشد تا بر نیروی دافعهٔ هسته‌ای غلبه شود و برخورد هسته‌ها انجام شده و هم‌جوشی رخ دهد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۵۱ تا ۱۵۳)

۵۴. گزینه ۴ صحیح است.

داریم:

$^{A}_{Z}x \rightarrow ^{۴}_{۲}\alpha + ^{۰}_{۱}e^{+} + ^{A-۴}_{Z-۳}y$

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۱۴۴)

۵۵. گزینه ۴ صحیح است.

نیروی هسته‌ای کوتاه‌برد و ربایشی است و بین هر دو زوج مجاور درون هسته به وجود می‌آید و مستقل از بار الکتریکی است. بنابراین هر دو زوج مجاور، یکدیگر را با نیروی یکسانی می‌ربایند.

(فیزیک دوازدهم، صفحهٔ ۱۴۰)

۵۶. گزینه ۲ صحیح است.

چون جرم سیم و چگالی آن ثابت است، حجم سیم (V) در کشیدن آن ثابت می‌ماند.

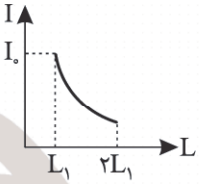
$$A.L = V \Rightarrow A = \frac{V}{L}$$

$$R = \rho\frac{L}{A} = \rho\frac{L}{\frac{V}{L}} = \rho\frac{L^2}{V}$$

اگر اختلاف پتانسیل دو سر سیم را با نماد V' نمایش دهیم، داریم:

$$I = \frac{V'}{R} = \frac{V'}{\rho\frac{L^2}{V}} = \frac{V'.V}{\rho L^2} \Rightarrow I \propto \frac{1}{L^2}$$

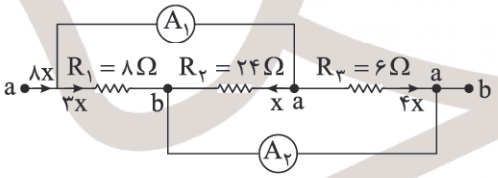
یعنی جریان عبوری با مجذور طول رابطهٔ عکس دارد.

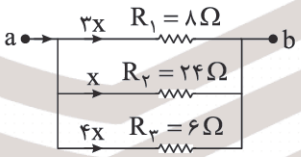


(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۴۹ و ۵۲)

۵۷. گزینه ۳ صحیح است.

مقاومت‌های R_1، R_2 و R_3 با هم موازیند. اگر جریان مقاومت R_2 را x فرض کنیم، جریان مقاومت R_1 برابر $3x$ و جریان مقاومت 6Ω برابر $4x$ است و جریان مقاومت کل برابر $8x$ است.





$$I_{A_1} = 8x - 3x = 5x = 1 \Rightarrow x = 0/2A$$

$$I_{A_2} = 8x - 4x = 4x \Rightarrow I_{A_2} = 4\times 0/2 = 0/8A$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۵۸. گزینه ۴ صحیح است.

با افزایش مقاومت R_2، مقاومت کل مدار افزایش می‌یابد. بنابراین جریان شاخهٔ اصلی که از باتری می‌گذرد طبق رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ کاهش می‌یابد.

اختلاف پتانسیل مقاومت‌ها، با اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است.

$$V_2 = \varepsilon - Ir$$

با کاهش I، افت پتانسیل در باتری کم شده بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر آن افزایش می‌یابد.

چون اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های R_1 و R_3 افزایش یافته ولی مقاومت آنها تغییر نکرده است، برطبق رابطهٔ $V = IR$ جریان گذرنده از آنها افزایش می‌یابد.

بنابراین چون جریان کل مدار کاهش یافته است، باید جریان مقاومت R_2 نیز کاهش یافته باشد.

$$\downarrow I_T = I_1 \uparrow + I_2 + I_3 \uparrow \Rightarrow I_2 \downarrow$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۶۵، ۷۳ و ۷۴)

۵۹. گزینه ۳ صحیح است.

وقتی سیم را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم، مقاومت سیم کوتاه‌تر $\frac{1}{5}$ مقاومت کل یعنی 20Ω و مقاومت سیم بلندتر $\frac{4}{5}$ مقاومت کل یعنی 80Ω می‌شود. اگر بخواهیم طول سیم کوتاه‌تر هم‌اندازهٔ سیم بلندتر شود، باید طول آن را ۴ برابر کنیم و در این صورت سطح مقطع آن $\frac{1}{4}$ برابر و در نتیجه مقاومت آن ۱۶ برابر یعنی 320Ω می‌شود. کافی است مقاومت معادل دو مقاومت 320Ω و 80Ω را حساب کنیم.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{80} + \frac{1}{320} = \frac{5}{320} \Rightarrow R_{eq} = \frac{320}{5} = 64\Omega$$

۶۰. گزینه ۲ صحیح است.

جریان گذرنده از باتری را حساب می‌کنیم:

$$\Delta q = It$$

$$\frac{80}{100}\times 6400 = I\times 16 \Rightarrow I = 320mA \Rightarrow I = \frac{320}{1000} = 0/32A$$

از رابطهٔ $P = I.\Delta V$، انرژی موردنظر را حساب می‌کنیم.

$$P_{aV} = 0/320(A)\times 9(V) = 2/88\,W$$

(فیزیک یازدهم، صفحهٔ ۴۸)

۶۱. گزینه ۴ صحیح است.

در نمودار جریان برحسب ولتاژ مقاومت رسانای اهمی، شیب خط برابر $\frac{1}{R}$ است و با توجه به این نکته مقاومت هر رسانا را حساب می‌کنیم:

$$\frac{1}{R_A} = \frac{9}{36} \Rightarrow R_A = 4\Omega\ ,\ \frac{1}{R_B} = \frac{6}{36} \Rightarrow R_B = 6\Omega$$

سپس از رابطهٔ $R = \rho\frac{L}{A}$ استفاده می‌کنیم و با مقایسهٔ دو مقاومت R_A و R_B، نسبت $\frac{A_A}{A_B}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B}\frac{L_A}{L_B}\frac{A_B}{A_A} \Rightarrow \frac{4}{6} = 1\times 1\times \frac{A_B}{A_A} \Rightarrow A_A = \frac{3}{2}A_B$$

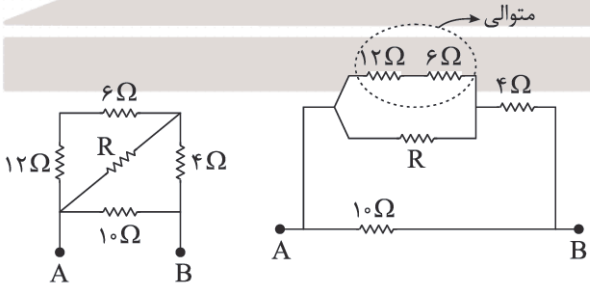
اکنون نسبت قطر مقطع A به قطر مقطع B را حساب می‌کنیم:

$$\frac{A_A}{A_B} = (\frac{d_A}{d_B})^2 \Rightarrow \frac{3}{2} = (\frac{d_A}{d_B})^2 \Rightarrow \frac{d_A}{d_B} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۴)

۶۲. گزینه ۲ صحیح است.

شکل را به صورت گسترده رسم می‌کنیم:



مقاومت ۱۰ اهم با بقیه مقاومت‌ها موازی است و مقاومت معادل آنها را حساب می‌کنیم:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{1}{10} + \frac{1}{R'} \Rightarrow R' = 10\Omega$$

مقاومت ۴ اهم با مقاومت معادل مقاومت‌های 6Ω، 12Ω و R متوالی است. پس می‌توان نوشت:

$$R' = R_{12,6,R} + R_4 \Rightarrow 10 = R_{12,6,R} + 4 \Rightarrow R_{12,6,R} = 6\Omega$$

مقاومت R با مقاومت معادل مقاومت‌های ۶Ω، ۱۲Ω موازی است و می‌توان آن را به صورت زیر حساب کرد.

$$R_{۱۲,۶} = ۱۲ + ۶ = ۱۸$$

$$\frac{۱}{R_{۱۲,۶,R}} = \frac{۱}{R_{۱۲,۶}} + \frac{۱}{R} \Rightarrow \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۱۸} + \frac{۱}{R} \Rightarrow R = ۹\Omega$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۵)

۶۳. گزینه ۴ صحیح است.

مقاومت‌های $R_۳ = ۶\Omega$ و $R_۲ = ۱۸\Omega$ موازی‌اند و معادل آنها با مقاومت $R_۱ = ۶\Omega$ متوالی است. مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم:

$$R_{eq} = \frac{۱۸\times۶}{۱۸+۶} + ۶ = ۱۰/۵\Omega$$

اکنون جریان گذرنده از باتری را حساب می‌کنیم:

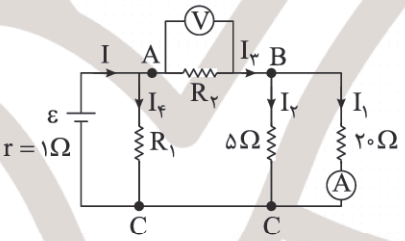
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} = \frac{۲۲}{۱۰/۵+۰/۵} = ۲A$$

سپس ولتاژ دو سر باتری را از رابطهٔ $V = IR_{eq}$ حساب می‌کنیم:

$$V = ۲\times۱۰/۵ = ۲۱V$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۵)

۶۴. گزینه ۲ صحیح است.



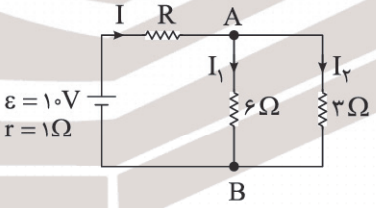
با توجه به اینکه $V_{AC} = V_{AB} + V_{BC}$ است و همچنین $V_{\text{باتری}} = V_{AC}$ است، می‌توان نوشت:

$$V_{\text{باتری}} = V_{AB} + V_{BC} = ۱۰ + ۲۰\times۱ = ۳۰V$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۵)

۶۵. گزینه ۴ صحیح است.

با استفاده از رابطهٔ $P = RI^۲$ جریان مقاومت ۶Ω را حساب می‌کنیم:



$$۶ = ۶I_۱^۲ \Rightarrow I_۱ = ۱A$$

چون دو مقاومت ۳ و ۶ اهمی موازی‌اند، می‌توان جریان $I_۲$ را به صورت زیر حساب کرد:

$$\frac{I_۲}{I_۱} = \frac{R_۱}{R_۲} \Rightarrow \frac{I_۲}{۱} = \frac{۶}{۳} \Rightarrow I_۲ = ۲A$$

اکنون جریان شاخهٔ اصلی مدار را حساب می‌کنیم:

$$I = I_۱ + I_۲ = ۱ + ۲ = ۳A$$

جریان ۳A از معادل مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω عبور می‌کند. توان مصرفی این مقاومت‌ها را حساب می‌کنیم:

$$P_{AB} = R_{۶,۳}\times I_{۱,۲}^۲ = \frac{۶\times۳}{۶+۳}\times(۳)^۲ = ۲\times۹ = ۱۸W$$

اکنون توان خروجی باتری را حساب می‌کنیم:

$$P = \varepsilon I - I^۲r = ۱۰\times۳ - (۳)^۲\times۱ = ۲۱W$$

چون مجموع توان‌های مصرفی مدار برابر توان خروجی باتری است، توان مصرفی مقاومت R را به صورت زیر حساب می‌کنیم:

$$P = P_R + P_{۳,۶} \Rightarrow ۲۱ = P_R + ۱۸ \Rightarrow P_R = ۳W$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۵)

۶۶. گزینه ۱ صحیح است.

می‌دانیم اگر مقاومت معادل مدار از $R_{eq_۱}$ به $R_{eq_۲}$ تغییر کند و توان مصرفی مدار (که همان توان خروجی مولد است) در هر دو حالت یکسان باشد، رابطهٔ زیر برقرار است:

$$R_{eq_۱}.R_{eq_۲} = r^۲$$

بنابراین داریم:

$$۳\times R_{eq_۲} = ۲^۲ \Rightarrow R_{eq_۲} = \frac{۴}{۳}$$

$$\frac{۱}{R} + \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{\frac{۴}{۳}} \Rightarrow \frac{۱}{R} = \frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۳} = \frac{۹-۴}{۱۲} = \frac{۵}{۱۲}$$

$$\Rightarrow R = \frac{۱۲}{۵} = ۲/۴\Omega$$

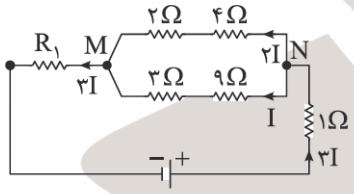
(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۵)

۶۷. گزینه ۲ صحیح است.

مقاومت شاخهٔ پایینی ۲ برابر شاخهٔ بالایی در قسمت MN است. بنابراین اگر جریان شاخهٔ پایینی را I فرض کنیم، جریان شاخهٔ بالایی ۲I و جریان شاخهٔ اصلی ۳I است.

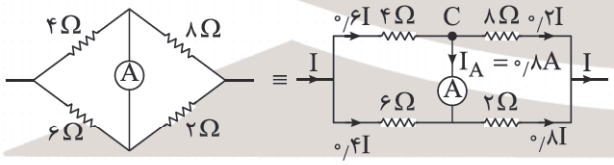
$$P_{R_۱} = P_{۹\Omega} \Rightarrow R_۱(۳I)^۲ = ۹(I)^۲ \Rightarrow R_۱ = ۱\Omega$$

$$R_{MN} = \frac{۶\times۱۲}{۶+۱۲} = ۴\Omega \Rightarrow R_{eq} = ۴+۱+۱ = ۶\Omega$$



(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۵)

۶۸. گزینه ۱ صحیح است.



در گره C: $۰/۶I = ۰/۲I + I_A \Rightarrow ۰/۴I = ۰/۸ \Rightarrow I = ۲A$

$$R_{eq} = \frac{۴\times۶}{۱۰} + \frac{۲\times۸}{۱۰} = ۲/۴ + ۱/۶ = ۴\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow ۲ = \frac{۹}{۴+r} \Rightarrow ۹ = ۸ + ۲r \Rightarrow r = ۰/۵\Omega$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۵)

۶۹. گزینه ۲ صحیح است.

از رابطهٔ جریان در مدار تک‌حلقه استفاده می‌کنیم و آن را حساب می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon_T}{R_T + r_T} \Rightarrow I = \frac{۱۸-۱۰}{۶+۲} = ۱A \quad \text{(پادساعتگرد)}$$

از نقطهٔ A در مسیر باتری $\varepsilon_۲$ به نقطهٔ اتصال به زمین می‌رویم و مجموع تغییرات پتانسیل را حساب می‌کنیم و V_A را به دست می‌آوریم:

$$V_A - ۱\times۱ + ۱۸ - ۴\times۱ = V_E$$

$$V_A = -۱۳V$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۷۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$P=\frac{V^2}{R}\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=(\frac{V_2}{V_1})^2\Rightarrow\frac{P_2}{200}=(\frac{110}{220})^2\Rightarrow P_2=50W$$

$P_2=0/05kW$

$U=P\times t=0/05\times24=1/2kWh$

قیمت $=1/2\times50=60$ تومان

شیمی

۷۱. گزینه ۲ صحیح است.

به دلیل تفاوت در ساختار مولکول‌های نشاسته و سلولز، خواص آنها متفاوت است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان از پنبه (نوعی الیاف طبیعی) تهیه می‌شود.

۳) درست

۴) درست

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۷۲. گزینه ۳ صحیح است.

پلی‌اتن به کار رفته در ساخت دبه‌های آب پلی‌اتن سنگین بوده که دارای ساختار خطی است و از این رو هر اتم کربن در ساختار آن حداکثر به دو اتم کربن دیگر متصل است.

بررسی گزینه ۲) تعیین تعداد دقیق مونومرهای شرکت‌کننده در یک واکنش پلیمری شدن ممکن نیست و از این رو برای پلیمرها نمی‌توان فرمول مولکولی دقیق نوشت.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۷۳. گزینه ۱ صحیح است.

برای ساخت کیسه‌های پلاستیکی شفاف از پلی اتیلن سبک که دارای ساختار شاخه‌دار است استفاده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) پلی استیرن $[-(C_8H_8)_n-]$، پلی‌پروپن $[-(C_3H_6)_n-]$ و پلی ترافلوئور اتن $[-(C_2F_4)_n-]$ در ساختار خود تنها دو نوع عنصر متفاوت دارند.

۳) درست

۴) معادلهٔ واکنش انجام شده به صورت زیر است:

$$C_2H_4(g)+Cl_2(g)\xrightarrow{FeCl_3}CH_2ClCH_2Cl(g)$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۰۹ و ۱۲۳)

۷۴. گزینه ۴ صحیح است.

فرمول مولکولی این پلیمر به صورت $-(CH_2-\underset{\underset{:\ddot{Cl}:}{|}}{CH})_n-$ است که هر واحد تکرارشوندهٔ آن دارای ۳ جفت الکترون ناپیوندی است در نتیجه n (شمار واحدهای تکرارشونده) برابر است با:

$$n=\frac{171}{3}=57$$

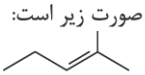
اکنون جرم موردنظر را محاسبه می‌کنیم:

$$?g=1/204\times10^{22}\text{مولکول}\times\frac{1mol\ \text{پلیمر}}{6/02\times10^{23}\text{مولکول}}\times\frac{(62/5\times57)g\ \text{پلیمر}}{1mol\ \text{پلیمر}}=71/25g$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۵ و ۱۰۶)

۷۵. گزینه ۳ صحیح است.

فرمول پیوند ـ خط مونومر سازندهٔ پلیمر داده شده به صورت زیر است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) درست

۲) فرمول مولکولی مونومر سازندهٔ این پلیمر و مولکول‌های حاصل از تجزیهٔ نشاسته (گلوکز) به ترتیب C_6H_{12} و $C_6H_{12}O_6$ است که اختلاف جرم مولی آنها برابر با $96g.mol^{-1}$ $(=6\times16)$ است.

۴) زیرا ماندگاری درازمدت آن در طبیعت سبب ایجاد مشکلات فراوان می‌شود.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۶، ۱۱۸ و ۱۲۰)

۷۶. گزینه ۲ صحیح است.

استر موردنظر اتیل بوتانوات است که الکل و اسید سازندهٔ آن به ترتیب اتانول (C_2H_5OH) و بوتانوئیک اسید $(C_4H_8O_2)$ می‌باشند، در نتیجه نسبت خواسته شده برابر با $\frac{1}{2}$ است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۲)

۷۷. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

مورد اول: الکل سازندهٔ استر موجود در انگور، اتانول با فرمول مولکولی C_2H_5OH است که در ساختار خود دارای ۹ اتم است؛ پس الکل موردنظر در ساختار خود دارای ۹ اتم کربن بوده و در آب نامحلول است.

مورد دوم: متانوئیک اسید $(HCOOH)$ نخستین عضو خانوادهٔ کربوکسیلیک اسیدها است که هر واحد فرمولی از آن دارای ۵ اتم است؛ در نتیجه الکل موردنظر اتانول با فرمول مولکولی C_2H_5OH است که به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

مورد سوم: در الکل‌ها با افزایش شمار اتم‌های کربن، میزان انحلال‌پذیری در آب کاهش می‌یابد در حالی که آلکان‌ها همگی ناقطبی و نامحلول در آب هستند.

مورد چهارم: ویتامین (آ) در ساختار خود دارای گروه عاملی هیدروکسیل $(-OH)$ است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۵)

۷۸. گزینه ۳ صحیح است.

معادلهٔ فرایند انجام شده به صورت زیر است:

$$C_4H_8O_2+H_2O\rightarrow C_3H_6O_2+CH_3OH$$

اکنون با توجه به اطلاعات داده شده بازده درصدی واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$?g\,CH_3OH=220g\,C_4H_8O_2\times\frac{1mol\,C_4H_8O_2}{88g\,C_4H_8O_2}\times\frac{1mol\,CH_3OH}{1mol\,C_4H_8O_2}\times\frac{32g\,CH_3OH}{1mol\,CH_3OH}\times\frac{R}{100}=60\Rightarrow R=\%75$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۱۴، ۱۱۵ و ۱۱۹)

۷۹. گزینه ۲ صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

آ) مولکول (I) دی‌اسید است که در واکنش با دی‌الکل‌ها و دی‌آمین‌ها به ترتیب در واکنش تولید پلی‌استر و پلی‌آمید شرکت می‌کند.

ب) ساختار پلی‌استر حاصل به صورت زیر است که هر واحد تکرارشونده آن دارای ۱۸ اتم است.

$$\left[\begin{matrix}O\\\|\\C\end{matrix}-C_2H_4-\begin{matrix}O\\\|\\C\end{matrix}-O-C_2H_4-O\right]_n$$

$$\text{درصد اتم‌های کربن}=\frac{\text{شمار اتم‌های کربن}}{\text{شمار کل اتم‌ها}}\times100=\frac{6}{18}\times100\simeq\%33$$

پ) با توجه به اینکه مولکول (III) در ساختار خود دارای گروه عاملی کربوکسیل و هیدروکسیل است، می‌تواند به تنهایی در فرایند تولید پلی‌استر مورد استفاده قرار گیرد.
ت) ویتامین (ث) در ساختار خود دارای گروه‌های عاملی هیدروکسیل و استری است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۶)

۸۰. گزینه ۲ صحیح است.

هر دو استر دارای فرمول مولکولی $C_4H_6O_2$ هستند.
بررسی سایر گزینه‌ها:
۱) ویتامین K در ساختار خود دارای حلقهٔ بنزن است و ترکیبی آروماتیک به شمار می‌رود.
۳) در ساختار آمین مورد استفاده برای تولید آمید، اتم نیتروژن باید حداقل به یک اتم هیدروژن متصل باشد.
۴) هر چند آهنگ آبکافت پلی‌آمیدها و پلی‌استرها به ساختار مونومرهای سازندهٔ آنها بستگی دارد اما به طور کلی واکنش آبکافت پلی‌آمیدها و پلی‌استرها کند است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۷، ۱۱۹ و ۱۲۰)

۸۱. گزینه ۱ صحیح است.

عبارت‌های (آ) و (پ) نادرست هستند.
بررسی عبارت‌ها:
آ) با توجه به اینکه در فرایند تولید هر مول استر یک‌عاملی، یک مول H_2O نیز تولید می‌شود، جرم H_2O تولیدی در هر دو فرایند برابر است.
ب) در آبکافت هر مول پلی‌آمید، یک مول دی‌اسید و یک مول دی‌آمین تشکیل می‌شود.

پ) مونومرهای سازندهٔ پلی‌استر داده شده $HO-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH$ و $HO-R-OH$ هستند، بخش R دارای دو اتم C است اما تنها اگر سیرشده باشد، فرمول شیمیایی آن به صورت C_2H_4 است.
ت) با توجه به ساختارهای داده شده، هر واحد تکرارشونده در پلی‌استرها و پلی‌آمیدها به ترتیب دارای ۸ و ۶ جفت الکترون ناپیوندی هستند.

پلی استر: $+\left[\overset{:O:}{\overset{\|}{C}}-R-\overset{:O:}{\overset{\|}{C}}-\ddot{O}-R'-\ddot{O}\right]_n+$

پلی آمید: $+\left[\overset{:O:}{\overset{\|}{C}}-R-\overset{:O:}{\overset{\|}{C}}-\underset{H}{\overset{|}{\ddot{N}}}-R'-\underset{H}{\overset{|}{\ddot{N}}}\right]_n+$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۶ و ۱۱۹)

۸۲. گزینه ۳ صحیح است.

کولار پلی‌آمیدی است که از فولاد هم جرم خود پنج برابر مقاوم‌تر است.
بررسی سایر گزینه‌ها:
۱) درست
۲) بوی ماهی به دلیل وجود متیل آمین و برخی آمین‌های دیگر است.
۴) در ساختار این پلیمرها اتم‌های C ، H ، O و N وجود دارد.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

۸۳. گزینه ۴ صحیح است.

برای تهیهٔ این پلیمر ابتدا نشاستهٔ موجود در فراورده‌های کشاورزی مانند سیب‌زمینی، ذرت و نیشکر را به لاکتیک اسید تبدیل کرده و سپس در شرایط مناسب آن را وارد واکنش پلیمری شدن می‌کنند.

(شیمی یازدهم، صفحهٔ ۱۲۱)

۸۴. گزینه ۳ صحیح است.

اغلب مواد آلی (نه همهٔ آنها) شامل گروه‌های عاملی گوناگون هستند.
بررسی گزینه ۱) متانول (CH_3OH)، اتانول (C_2H_5OH)، اتیلن گلیکول ($C_2H_6O_2$)، آمونیاک (NH_3) و سولفوریک اسید (H_2SO_4)، همگی نمونه‌هایی از فراورده‌های نفتی به شمار می‌روند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۳)

۸۵. گزینه ۱ صحیح است.

تنها مورد دوم نادرست است.
بررسی موارد:
مورد اول: کلرواتان $(CH_3-\underset{Cl}{\overset{|}{C}}H_2)$ از واکنش C_2H_4 و HCl به دست می‌آید و درصد جرمی کلر در آن برابر است با:

$$\text{درصد جرمی Cl} = \frac{\text{جرم Cl}}{\text{جرم ترکیب}} \times 100 = \frac{35/5}{64/5} \times 100 \simeq ٪55$$

مورد دوم: با استفاده از الکل می‌توان کتون، آلدهید، کربوکسیلیک اسید و یا آمین را سنتز کرد.
مورد سوم: گاز اتن در دما و فشار بالا به پلی‌اتن تبدیل می‌شود.
مورد چهارم: درست

(شیمی دوازدهم، صفحهٔ ۱۱۴)

۸۶. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های (آ)، (پ) و (ت) صحیح هستند.
بررسی عبارت‌ها:
آ) A، گاز اتن (C_2H_4) است که در تهیهٔ مواد آلی گوناگون به کار می‌رود.
ب) ساختار اتیل استات به صورت زیر است و نسبت خواسته شده در آن برابر است با: $\frac{14}{8} = 1/75$

$$H_3C-\overset{:O:}{\overset{\|}{C}}-\ddot{O}-CH_2-CH_3$$

پ) اتانول به عنوان ضدعفونی کننده کاربرد داشته و می‌توان آن را از واکنش C_2H_4 با H_2O تهیه کرد.
ت) در این صورت D ، استیک اسید و C اتانول است؛ با استفاده از الکل‌ها می‌توان کربوکسیلیک اسید سنتز نمود.

(شیمی دوازدهم، صفحهٔ ۱۱۴)

۸۷. گزینه ۱ صحیح است.

نخستین عضو خانوادهٔ آلکن‌ها (C_2H_4) در واکنش با گاز هیدروژن (H_2) مطابق معادلهٔ زیر، به دومین عضو خانوادهٔ آلکان‌ها (C_2H_6) تبدیل می‌شود:

$$C_2H_4 + H_2 \rightarrow C_2H_6$$

اکنون حجم گاز H_2 مورد نیاز را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,L\,H_2 = 36\,g\,C_2H_6 \times \frac{1\,mol\,C_2H_6}{30\,g\,C_2H_6} \times \frac{1\,mol\,H_2}{1\,mol\,C_2H_6} \times \frac{24\,L\,H_2}{1\,mol\,H_2}$$

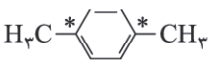
$$= 28/8\,L$$

(شیمی دوازدهم، صفحهٔ ۱۱۴)

۸۸. گزینه ۲ صحیح است.

بنزن (C_6H_6)، اتن (C_2H_4) و پارازایلن (C_8H_{10}) را می‌توان طی فرایندهایی از نفت خام به دست آورد.
بررسی گزینه‌ها:
۱) بنزن سرگروه هیدروکربن‌های آروماتیک و اتن ساده‌ترین عضو خانوادهٔ آلکن‌ها است.

۲) در بنزن عدد اکسایش هر اتم کربن برابر ۱− است و در اتن نیز عدد اکسایش هر اتم کربن برابر ۲− است.
۳) در ساختار پارازایلن، اتم‌های کربنی که با علامت * مشخص شده‌اند، به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.



۴) از اتن و پارازایلن به ترتیب برای سنتز اتیلن گلیکول و ترفتالیک اسید مورد استفاده در تولید پلی‌اتیلن ترفتالات استفاده می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

۸۹. گزینه ۴ صحیح است.

در این فرایند حتی با استفاده از محلول غلیظ $KMnO_4$ نیز شرایط تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید تأمین نمی‌شود، مگر آنکه دمای مخلوط واکنش افزایش یابد که در این صورت نیز اگرچه شرایط انجام واکنش تأمین شده است اما بازده همچنان مطلوب نیست.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۹۰. گزینه ۲ صحیح است.

معادلهٔ واکنش آبکافت PET به صورت زیر است:

$$+C_{10}H_8O_4+_n + 2n\,H_2O \rightarrow n\,C_8H_6O_4 + n\,C_2H_6O_2$$

ترفتالیک اسید تولیدی ($C_8H_6O_4$) می‌تواند در واکنش با اتانول، تولید دی‌استر کند، در نتیجه ابتدا با توجه به جرم پلیمر مصرفی شمار مول‌های ترفتالیک اسید تولیدی را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\,\text{اسید} = 480\,g\,\text{پلیمر} \times \frac{1\,mol\,\text{پلیمر}}{192\,ng\,\text{پلیمر}} \times \frac{n\,mol\,\text{اسید}}{1\,mol\,\text{پلیمر}} \times \frac{70}{100}$$

$$= 1/75\,mol\,\text{اسید}$$

هر مول ترفتالیک اسید با ۲ مول اتانول واکنش داده و تولید دی‌استر می‌کند، بنابراین شمار مول‌های اتانول لازم برابر است با:

$$?\,mol\,C_2H_5OH = 1/75\,mol\,\text{اسید} \times \frac{2mol\,C_2H_5OH}{1mol\,\text{اسید}}$$

$$= 3/5\,mol\,C_2H_5OH$$

واکنش تولید اتانول از گاز اتن به صورت زیر است:

$$C_2H_4 + H_2O \rightarrow C_2H_5OH$$

اکنون می‌توان حجم گاز اتن مورد نیاز برای تولید ۳/۵ مول اتانول را محاسبه نمود:

$$?\,L\,C_2H_4 = 3/5\,mol\,C_2H_5OH \times \frac{1mol\,C_2H_4}{1mol\,C_2H_5OH}$$

$$\times \frac{22/4\,L\,C_2H_4}{1mol\,C_2H_4} = 78/4\,L\,C_2H_4$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۶)

۹۱. گزینه ۳ صحیح است.

با انجام فرایندهای فیزیکی و شیمیایی می‌توان PET را به مواد قابل استفاده تبدیل کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در این فرایند اتیلن گلیکول با فرمول مولکولی ($C_2H_6O_2$) به دست می‌آید.

۲) درست

۴) درست

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۹۲. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

مورد اول: در واکنش اتیلن گلیکول و ترفتالیک اسید و تولید PET، عدد اکسایش اتم‌ها دستخوش تغییر نمی‌شود.

مورد دوم: PET در شرایط مناسب با متانول واکنش می‌دهد و به مواد مفیدی تبدیل می‌شود.

مورد سوم: معادلهٔ واکنش انجام شده به صورت زیر است:

$$\underset{+2}{\underset{\text{اکسنده}}{C}}O(g) + 2\underset{0}{\underset{\text{کاهنده}}{H_2}}(g) \rightarrow \underset{-2}{C}\underset{+1}{H_4}O(l)$$

مورد چهارم: گازهای CO و H_2 لازم برای تولید صنعتی متانول از واکنش زیر به دست می‌آیند:

$$CH_4(g) + H_2O(g) \rightarrow CO(g) + 3H_2(g)$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۶، ۱۲۰ و ۱۲۱)

۹۳. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت بیان شده در گزینه ۲ برخلاف سایر گزینه‌ها نادرست است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) این فرایند فیزیکی بوده و مواد پلاستیکی تنها خرد می‌شوند.

۲) در فرایند بازیافت، برگرداندن پسماندها به مونومرهای سازنده کاری دشوار است.

۳) درست

۴) فرمول مولکولی پارازایلن و ترفتالیک اسید به ترتیب به صورت C_8H_{10} و $C_8H_6O_4$ است.

تفاوت جرم مولی این دو ماده با جرم مولی اتانوئیک اسید ($C_2H_4O_2$) برابر است.

$$\left.\begin{array}{l} \text{جرم مولی پارازایلن} = 106\,g.mol^{-1} \\ \text{جرم مولی ترفتالیک اسید} = 166\,g.mol^{-1} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{تفاوت} = 60\,g.mol^{-1}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۴، ۱۱۷ و ۱۲۰)

۹۴. گزینه ۴ صحیح است.

عبارت‌های (پ) و (ت) صحیح هستند.

بررسی عبارت‌ها:

آ) در هر سه فرایند از کاتالیزگر استفاده می‌شود.

ب) فرایند (I) در بازهٔ دمایی ۴۵۰−۵۵۰°C و فرایند (II) در دمای ۳۵۰°C انجام می‌شود.

پ) معادلهٔ واکنش (I) به صورت $CH_4 + H_2O \rightarrow CO + 3H_2$ است که ۲۵ درصد مولی فراورده‌های حاصل را گاز CO تشکیل می‌دهد.

ت) درست

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱)

۹۵. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) یک واکنش هنگامی از دیدگاه اتمی به صرفه است که شمار بیشتری از اتم‌های واکنش‌دهنده به فراورده‌های سودمند تبدیل شود.

۲) در این فرایند همهٔ اتم‌های مواد واکنش‌دهنده به مواد ارزشمند تبدیل شده‌اند.

۳) به منظور افزایش ایمنی، بخش قابل توجهی از گاز متان موجود در میدان‌های نفتی می‌سوزانند.

(شیمی دوازدهم، صفحهٔ ۱۲۱)